

1. Истинно ли высказывание? Формализовать высказывание.
 - (a) ЕГЭ по русскому языку уже прошел, и в нашей аудитории есть окно.
 - (b) Либо наш преподаватель — мужчина, либо наш преподаватель — блондин.
 - (c) Завтра будет понедельник, или вторник, или среда.
 - (d) У нас есть доска или мел, и при этом мы изучаем математику или физику.
 - (e) Если предали один раз — то это только первый раз, а если предали еще — то это уже второй.
 - (f) Любое число натуральное тогда и только тогда, когда оно целое и положительное.
 - (g) Любой текст, в котором есть буква «Л», целиком написан на русском языке.
 - (h) Существует простое число, меньшее 2.
 - (i) Любое число, которое дает остаток 1 при делении на 4, дает остаток 1 и при делении на 16.
 - (j) Нет такой страны, где люди не платят налоги.
 - (k) Либо все мужики — козлы, либо нашлась стерва, которая портит всех моих красавчиков до меня.
2. Формализовать высказывания, а затем построить их отрицание, и протащить отрицание под все кванторы.
 - (a) Любое простое число чётное.
 - (b) На всякую старуху найдется проруха.
 - (c) Существует такое a , что все простые числа меньше a .
3. Построить таблицы истинности для формул.
 Порядок операций: $\neg, \wedge, \vee, \oplus, \rightarrow, \leftrightarrow$.
 - (a) $\neg A \vee B$
 - (b) $A \oplus \neg B$
 - (c) $\neg(A \vee B)$
 - (d) $\neg A \vee \neg B$
 - (e) $A \vee A \wedge B$
 - (f) $(A \wedge \neg B) \rightarrow C$
4. Перечислить хотя бы пять элементов множества.
 - (a) $\{x \in \mathbb{N}: 2|x \wedge 3|x\}$
 - (b) $\mathbb{P} \cap \{x \in \mathbb{N}: x \text{ нечетное}\}$
 - (c) {фамилия: люди в этой аудитории}
 - (d) $\{x^2: x \in \mathbb{N} \wedge 1 \leq x \leq 6\}$
 - (e) $\{3x + 1: x \in \mathbb{N} \wedge (x \text{ нечетное} \vee 1 \leq x \leq 4)\}$
 - (f) $\{A: A \subset \mathbb{N} \wedge |A| \geq 3\}$
 - (g) $\{A: A \subset \mathbb{N} \wedge \forall x \in A x \text{ — четное}\}$

- (h) $\mathbb{Z} \setminus \mathbb{N}$
- (i) $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$
- (j) $\{x: x^2 + 2x - 3 = 0\} \setminus \{x: x^2 - 5x + 4 = 0\}$

5. Выписать множества в явном виде.

- (a) $\mathcal{P}(\{\text{Даша, Миша}\})$
- (b) $\mathcal{P}(\{0, 1, 9\})$
- (c) $\{O, A, B, AB\} \times \{Rh-, Rh+\}$
- (d) $X \times X \times X$, где $X = \{\text{орел, решка}\}$
- (e) $\{\text{красный, желтый, зеленый}\} \times \{\text{налево, направо}\}$

6. Какие из следующих функций являются инъекцией, сюръекцией, биекцией?

- (a) $sex: \text{россияне} \rightarrow \{\text{М, Ж}\}$, $sex(\text{человек}) = \text{его пол}$
- (b) $age: \text{россияне} \rightarrow \mathbb{N}$, $age(\text{человек}) = \text{его возраст}$
- (c) $num: \text{россияне} \rightarrow \mathbb{N}$, $num(\text{человек}) = \text{его номер паспорта}$
- (d) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 + 1$
- (e) $f: \mathbb{R}_{\geq 0} \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}$, $f(x) = 6x^2$
- (f) $f: \mathbb{R} \rightarrow [-2, 2]$, $f(x) = 2 \sin x$
- (g) $f: \mathbb{N}_{\geq 2} \rightarrow \mathbb{N}$, $f(x) = \text{минимальное простое } p, \text{ которое делит } x$
- (h) $D_0: C^1(\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}$, $D_0(f) = f'(0)$.

7. Докажите равномощность, построив инъекцию, сюръекцию или биекцию.

- (a) $|\mathbb{N}| = |\text{чётные натуральные числа}|$
- (b) $|\mathbb{N}| = |\mathbb{N}_{\geq 100}|$
- (c) $|[-5, -4]| = |[-1, 1]|$
- (d) $|\mathbb{R}| = (-1, 1)$.
- (e) $|\mathbb{N}| = |\mathbb{N} \times \mathbb{N}|$

8. Пусть A_1, A_2, A_3, \dots — последовательность счетных множеств. Доказать, что $\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i$ — счетное множество.

9. Пусть A, B — счетные множества. Каким по мощности может быть $A \cup B$? $A \cap B$?

10. Доказать, что если A — несчетное множество, а B — счетное, то $A \setminus B$ — несчетное.

11. Доказать, что если A, B — счетные множества, то $A \times B$ — счетное множество.